

Численный метод для оценки глубины промерзания грунта на основе данных о толщине снежного покрова и температуре воздуха

Д.М. Фролов.

Географический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Вывод уравнения для скорости изменения глубины промерзания грунта:

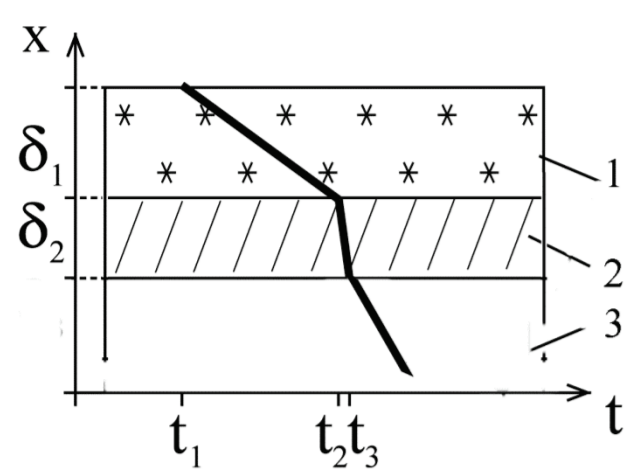


Схема учитывает намерзание грунта снизу (3) на массиве мерзлого грунта (2), покрытого снегом (1) в зимний период на основе данных о ежедневной температуре воздуха и толщине снежного покрова. Уравнение теплового баланса записывалось как $F_1 = cLV + F_2$, или $dh_{мз}/dt = V = (F_1 - F_2)/cL$, где

F_1 - отток тепла через снежный покров и замёрзший грунт от фронта промерзания ($Вт/м^2$);
 cLV - расход тепла на фазовый переход, c - влагосодержание грунта ($1-4 кг/см^3 \cdot м^2$), (последнее значение соответствует полному заполнению пор водой у легкой глины с плотностью $2000 кг/м^3$ и коэффициентом пористости $0,617$)

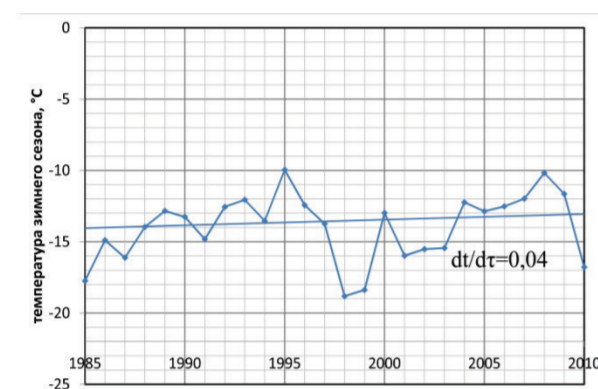
L - энергия фазового перехода ($335 кДж/кг$), V - скорость движения фронта промерзания ($см/с$)
 F_2 - приток тепла от охлаждения талого грунта перед фронтом промерзания ($Вт/м^2$).
 Тепловой поток выражался по закону Фурье через градиент температуры и теплопроводность как $F = -\lambda (grad T)$, а теплопроводность и тепловой поток через комбинацию из двух сред (снег и мерзлый грунт) может быть выражена как:

$$F_1 = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\frac{\Delta T}{\left(\frac{\Delta x}{\lambda_c} + \frac{\Delta x}{\lambda_{мз}}\right)} = \frac{-T_{возд}}{\left(\frac{h_c}{\lambda_c} + \frac{h_{мз}}{\lambda_{мз}}\right)}$$

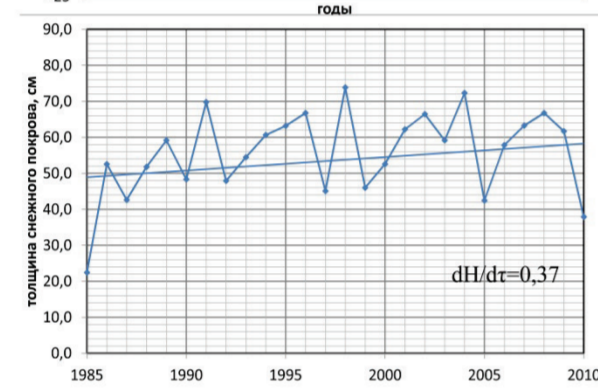
Вариации температуры зимних сезонов, толщины снежного покрова и оцененной и наблюдаемой глубины промерзания

Нарьян-Мар (1985-2010)

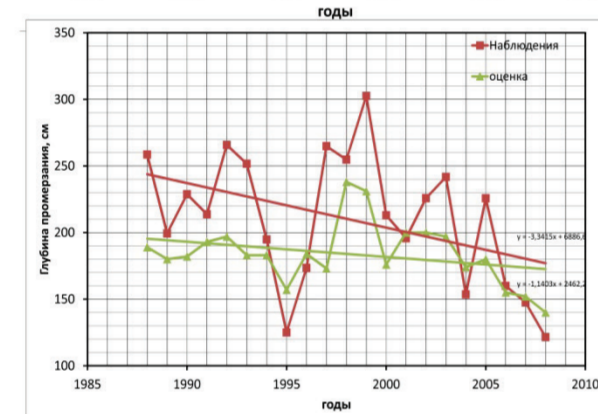
Температура зимнего сезона, °C



Толщина снежного покрова, см

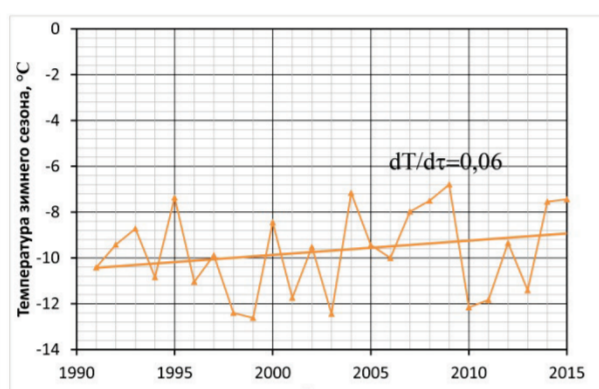


Оцененная и наблюдаемая глубина промерзания, см
корреляция 0,76

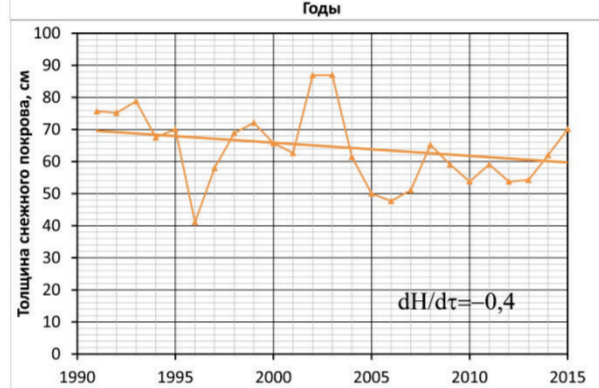


Сыктывкар: (1990-2015)

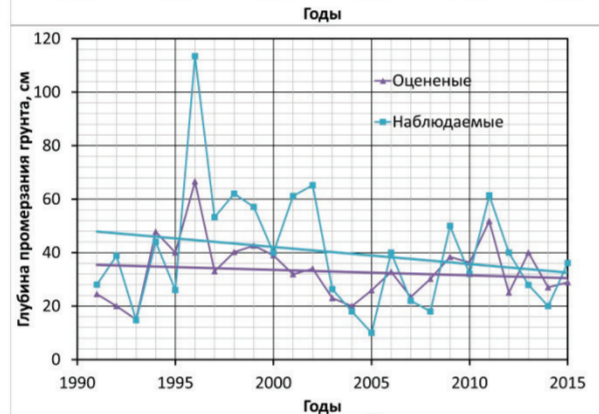
Температура зимнего сезона, °C



Толщина снежного покрова, см



Оцененная и наблюдаемая глубина промерзания, см
корреляция 0,77



Участки для измерения температуры почвы и грунта на различных глубинах и глубины промерзания на Метеорологической обсерватории МГУ: а) участок под естественным покровом; участок под обнажённой поверхностью: б) летом; в) зимой..



Сопоставление расчётной и измеренной максимальной глубины промерзания под оголённой поверхностью и поверхностью с естественным покровом для площадки метеобсерватории МГУ за зимние периоды 2011/12-2017/18.

Зимний период	Максимальная глубина промерзания грунта под оголённой поверхностью, см		Максимальная глубина промерзания грунта под естественным покровом, см	
	измеренная	расчётная	измеренная	расчётная
2011/12	120	110	18	10
2012/13	118	120	8	12
2013/14	100	87	18	4
2014/15	95	85	30	7
2015/16	78	88	25	30
2016/17	100	100	3	7
2017/18	95	105	14	18
Макс. разн.		13		23
Мин. разн.		-10		-5
Сред. разн.		1,6		4

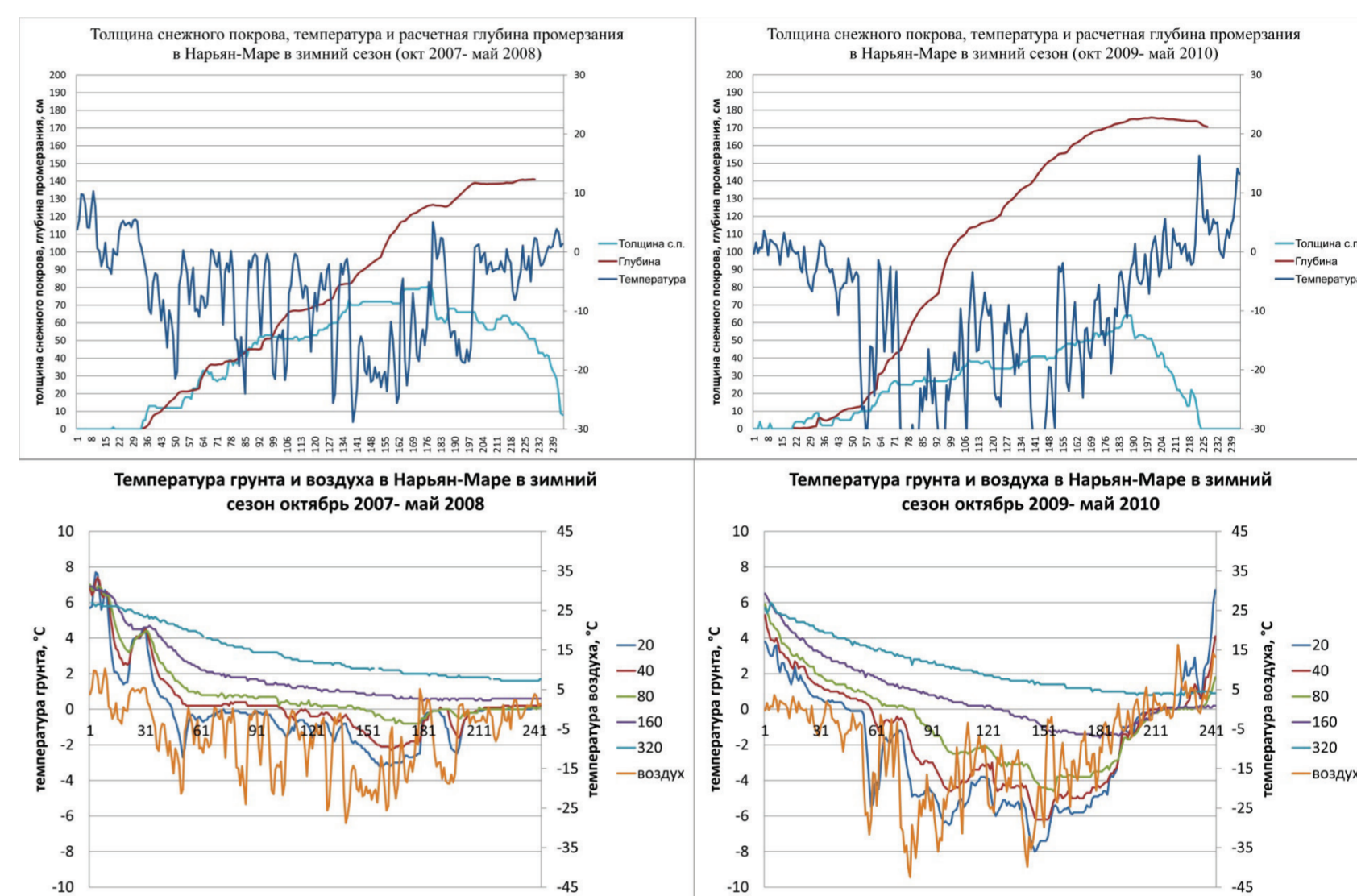
Предполагалось, что на глубине 10 м в грунте находится точка нулевых годовых колебаний температуры T_0 со значением около $3^{\circ}C$. Поэтому

$$F_2 = -\lambda_{мз} \frac{\Delta T}{\Delta x} = \lambda_{мз} \frac{T_0}{10 - h_{мз}}$$

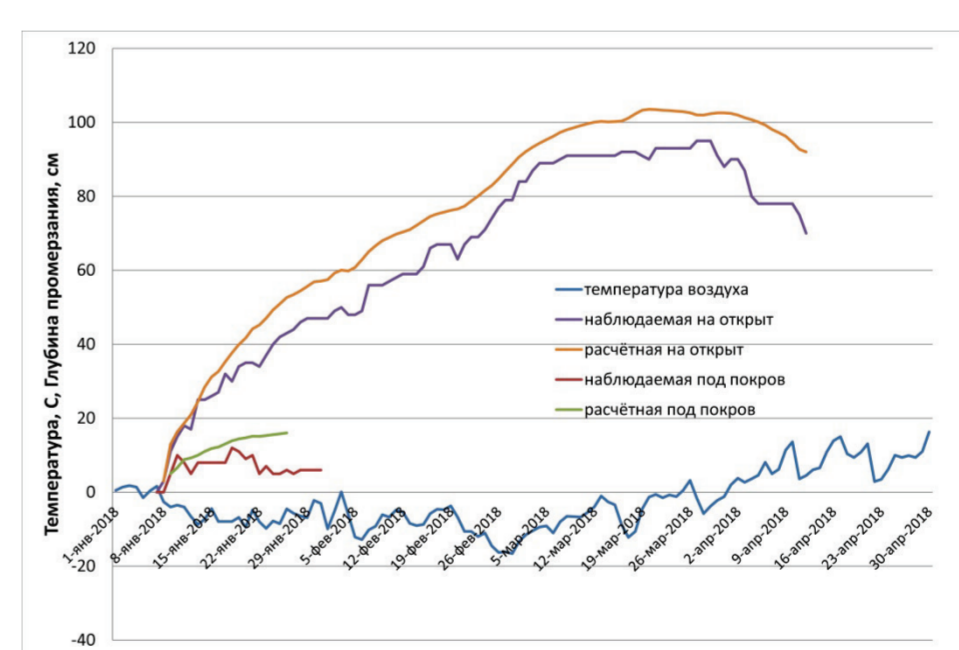
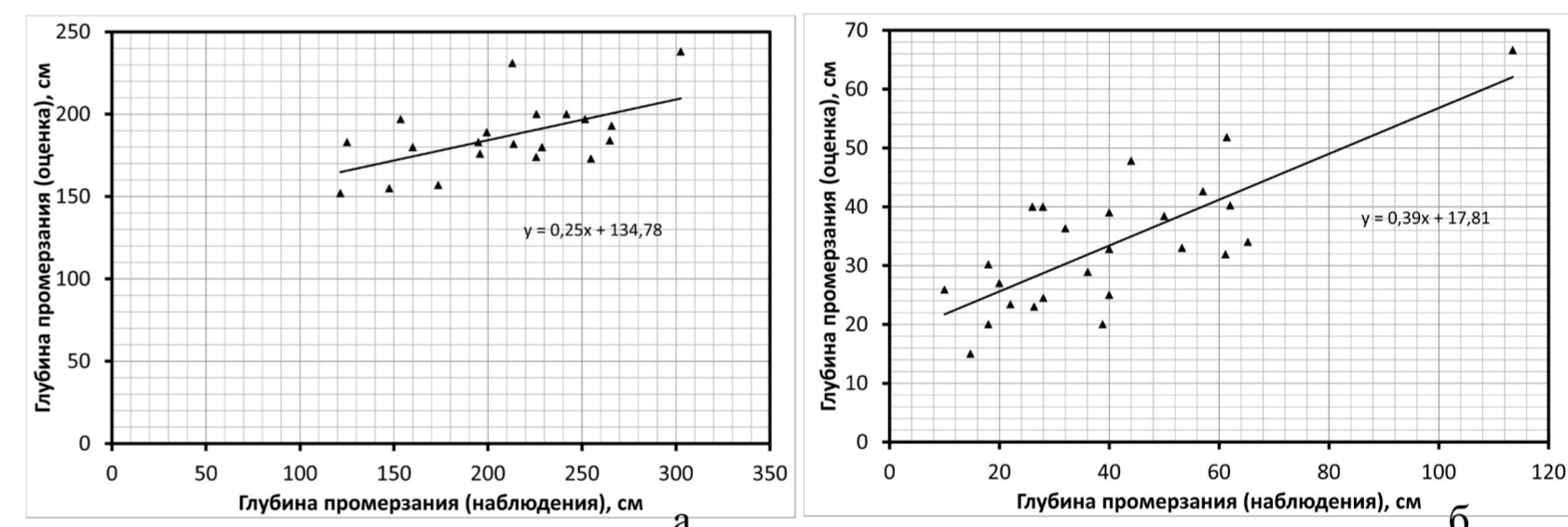
Средняя теплопроводность снега λ_c была взята как $0,18 Вт/м^{\circ}C$, а средняя теплопроводность талого и мерзлого глинистого грунта $\lambda_{тл}$ и $\lambda_{мз}$ была взята как $1,5$ и $1,8 Вт/м^{\circ}C$.

Аппроксимация дифференциального уравнения для изменения глубины промерзания грунта проводилась явным методом Эйлера: $h_{мз}(t_{n+1}) = h_{мз}(t_n) + \Delta t V(t_n)$. Вычисления производились с шагом в один день. На первый момент предполагалось, что толщина мерзлого грунта $h_{мз}$ равна $0,5 см$. На каждом шаге по времени (каждый день) вычислялась (рассчитывалась) скорость промерзания V и значение толщины мерзлого грунта $h_{мз}$ для следующего дня (шага по времени).

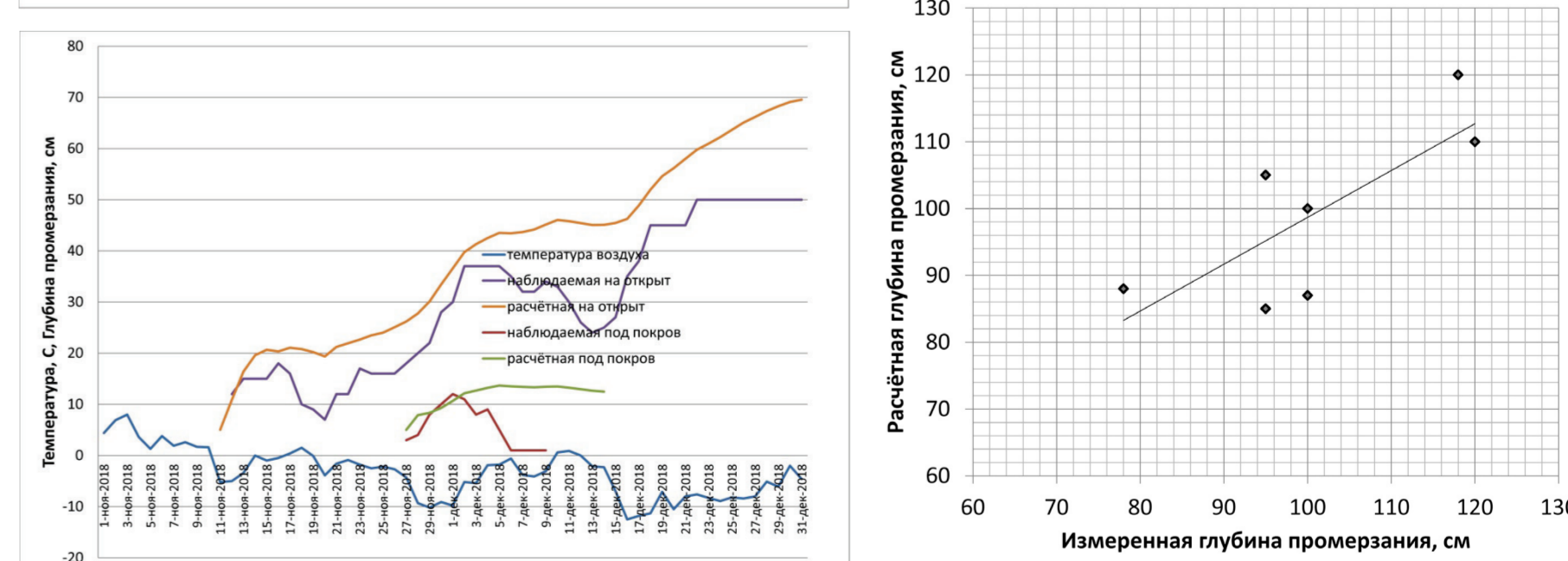
Изменение толщины снежного покрова, температуры воздуха и грунта на различных глубинах и оцененной глубины промерзания грунта для Нарьян-Мара для зимних сезонов 2007/08 и 2009/10.



Корреляция наблюдаемой и оцененной глубины промерзания в Нарьян-Маре (1988-2008) (а) и Сыктывкаре (1991-2015) (б) (равна $0,76$ и $0,77$).



Изменения температуры воздуха и глубины промерзания по данным расчётов и наблюдений для оголённой и покрытой снегом поверхности грунта для метеостанции МГУ для зимнего сезона 2017/18 (а) и начала 2018/19 (б) и корреляция наблюдаемой и оцененной максимальной глубины промерзания под оголённой поверхностью за 2011/12-2017/18 (в)



Заключение

Была построена разностная схема посредством аппроксимации выведенного дифференциального уравнения для изменения глубины промерзания грунта для решения численным методом. По полученной разностной схеме были произведены расчёты изменения глубины промерзания грунта и сравнение полученных результатов расчётов с данными фактических наблюдений. Примененный метод расчёта является хорошо физически обоснованным.

Решение по методу хорошо описывает процесс изменения глубины промерзания в течение зимнего сезона. Важным для успешной работы метода является наиболее возможно точное задание начальных данных.

Рассмотренный метод линейных градиентов отличается от рассмотренного ранее, например, в классическом учебнике А.Н. Тихонова и А.А. Самарского "Уравнения математической физики" (1-ое издание - 1951 г) и в ряде других случаев (у А.В. Павлова, 1966) тем, что там для расчёта сезонной динамики глубины промерзания грунта используются дифференциальные уравнения теплопроводности второго порядка в частных производных, а здесь используется обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. И его решение численным методом намного проще и может легко производиться в программе Excel.

Возможным способом повышения точности метода является рассмотрение плотности и теплопроводности каждого из отдельных слоёв, составляющих снежную толщу и определение её теплопроводности по формуле для многослойной среды.